

**Corrigé du baccalauréat STL biotechnologies**  
**Métropole–La Réunion 16 juin 2016**

**EXERCICE 1**

**6 points**

1.  $M$  suit la loi  $\mathcal{N}(250 ; 5^2)$  et un fromage est refusé si sa masse est inférieure à 240 g.

On cherche donc grâce à la calculatrice  $P(M < 240) = 0,023$  à  $10^{-3}$  près.

La probabilité qu'un fromage frais prélevé au hasard dans la production soit refusé est de 0,023.

2. a.  $X$  compte le nombre de fromages en sous-poids dans un tirage supposé avec remise de 150 fromages avec probabilité d'être en sous poids pour chacun d'eux de 2%.  
On en déduit que  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $n = 150$  et  $p = 2\% = 0,02$ .

- b. On cherche  $P(X \leq 5) = 0,918$  arrondi à  $10^{-3}$  à la calculatrice.

La probabilité qu'il y ait dans le prélèvement au maximum cinq fromages de masse insuffisante est de 0,918.

- c. D'après le cours, lorsque  $X$  suit la loi  $\mathcal{B}(n ; p)$  alors  $E(X) = n \times p$ ,  
donc ici  $E(X) = 150 \times 0,02 = 3$ .

Cela signifie que sur un grand nombre d'échantillons de 150 fromages, on trouvera en moyenne dans chaque échantillon 3 fromages en sous-poids.

3. a. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence  $f$  des consommateurs de la laiterie préférant les fromages secs dans un échantillon de 400 personnes sachant que la laiterie estime la proportion de consommateurs préférant les fromages secs à  $p = 18\%$  est :

$$I = \left[ p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

ce qui donne avec les bornes arrondies à  $10^{-3}$  suivant les règles vues en cours :

$$I = [0,142 ; 0,218]$$

- b. La fréquence observée dans cet échantillon est de  $\frac{55}{400} = 0,1375 \notin I$ .

On en déduit, au risque d'erreur 5 %, que la laiterie doit considérer que la préférence des consommateurs a changé.

4. a.  $T$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  donc  $E(T) = \frac{1}{\lambda}$ .

L'énoncé dit qu'en moyenne une balance reste réglée correctement 90 h donc  $E(T) = 90$ .

On en déduit que  $\lambda = \frac{1}{90}$

- b. Calculons  $P(T \geq t_0) = 1 - P(T \leq t_0) = 1 - \int_0^{t_0} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - [-e^{-\lambda t}]_0^{t_0} = e^{-\lambda t_0}$

On cherche  $t_0$  tel que

$$P(T \geq t_0) = 0,93 \iff e^{-\lambda t_0} = 0,93$$

$$\iff -\lambda t_0 = \ln(0,93)$$

$$\iff t_0 = -\frac{\ln(0,93)}{\lambda}$$

$$\iff t_0 = -90 \ln(0,93)$$

$$P(T \geq t_0) = 0,93 \iff t_0 = 6,5 \text{ h arrondi à } 0,1$$

Cela signifie que pour 93 % des balances, le temps de fonctionnement sans dérèglement sera supérieur à 6,5 h. On peut aisément en déduire que 7 % des balances se dérègleront en moins de 6,5 h de fonctionnement.

**EXERCICE 2****5 points**

1. a. Les solutions de l'équation différentielle (E) :  $y' + 0,162y = 20,3$  sont les fonctions  $f_k$  définies sur  $[0 ; 60]$  de la forme  $f_k(t) = ke^{-0,162t} + \frac{20,3}{0,162}$  avec  $k \in \mathbb{R}$ .

b. On sait que  $f(0) = 21$ .

On cherche donc  $k$  tel que  $f_k(0) = 21 \iff k + \frac{20,3}{0,162} = 21 \iff k = 21 - \frac{20,3}{0,162}$

donc  $f(t) = 125,308 - 104,309e^{-0,162t}$ . (On a arrondi les constantes à  $10^{-3}$ )

2. a.  $g(t) = 125 - 104e^{-0,16t}$

On pose  $u(t) = -0,16t$  donc  $u'(t) = -0,16$

de plus  $(e^u)' = u' \times e^u$

donc  $g'(t) = -104 \times (-0,16)e^{-0,16t} = 16,64e^{-0,16t}$

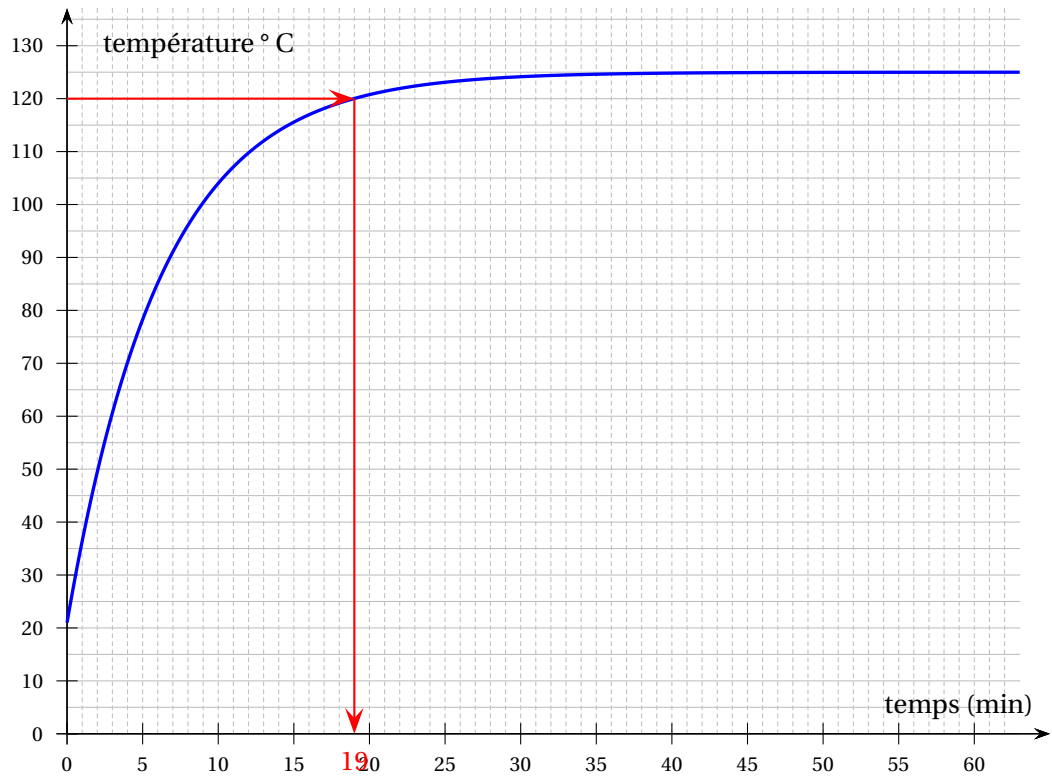
Pour  $t \in [0 ; 60]$ ,  $e^{-0,16t} > 0$  donc  $g'(t) > 0$

b. On déduit de la question précédente :

$x$	0	60
$g'(t)$	+	
$g$	0	125

3. a. La température au bout de 9 minutes est  $g(9) = 100$  °arrondi au degré.

b. Par lecture graphique, la température atteint 120 °au bout de 19 minutes, on pourra donc arrêter l'autoclave 3 minutes plus tard soit au bout de 23 minutes



c. On résout :

$$\begin{aligned}
 g(t) > 120 &\Leftrightarrow 125 - 104e^{-0,16t} > 120 \\
 &\Leftrightarrow 104e^{-0,16t} < 5 \\
 &\Leftrightarrow e^{-0,16t} < \frac{5}{104} \\
 &\Leftrightarrow -0,16t < \ln\left(\frac{5}{104}\right) \\
 &\Leftrightarrow t > -\frac{1}{0,16} \ln\left(\frac{5}{104}\right) \\
 &\Leftrightarrow t > 19 \text{ min (arrondi à l'unité)}
 \end{aligned}$$

puis on fait le même raisonnement qu'à la question précédente.

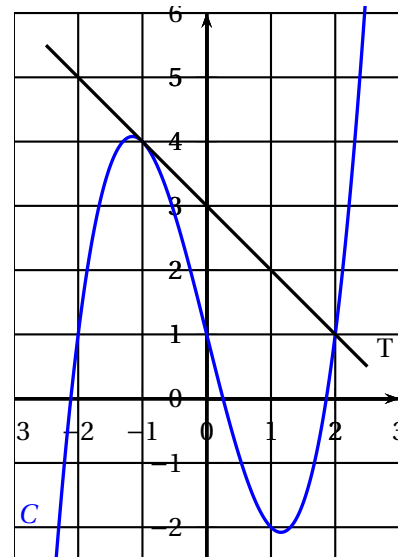
## EXERCICE 3

4 points

1. La courbe  $C$  ci-contre est la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-4; 4]$ . La droite  $T$  est la tangente à la courbe  $C$  au point d'abscisse  $-1$ .

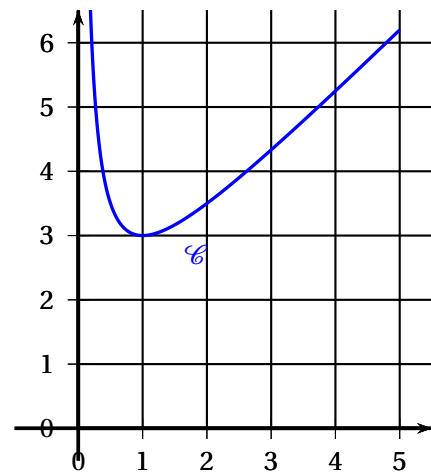
$$f(-1) = 4$$

$$f'(-1) = -1 \text{ (coefficient directeur de la tangente } T)$$



2. La fonction  $g$  est positive sur  $[1; 4]$  donc l'aire cherchée vaut en unités d'aire :

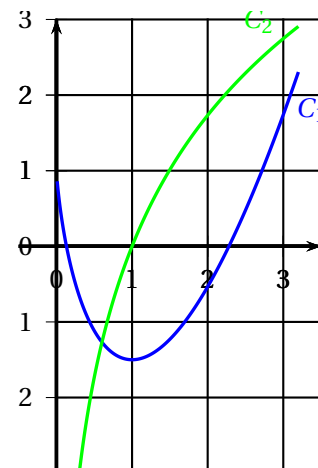
$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_1^4 g(x) dx \\ &= \int_1^4 \left( \frac{1}{x} + x + 1 \right) dx \\ &= \left[ \ln x + \frac{x^2}{2} + x \right]_1^4 \\ \mathcal{A} &= \frac{21}{2} + \ln 4 \end{aligned}$$



3. Le graphique ci-contre donne deux courbes  $C_1$  et  $C_2$ .

Ces deux courbes sont représentatives de deux fonctions définies sur  $]0; +\infty[$  : une fonction  $h$  et une de ses primitives  $H$ .

On remarque que  $C_1$  descend lorsque  $C_2$  est en dessous de l'axe des abscisses et que  $C_1$  monte lorsque  $C_2$  est au dessus de l'axe des abscisses. Comme on sait que  $H' = h$  on en déduit que la courbe de  $H$  est  $C_1$ .



## EXERCICE 4

5 points

1. a. Pour augmenter un nombre de 6%, on le multiplie par  $1 + 6\% = 1,06$  donc  $d_1 = 1,06 \times d_0 = 10,6$
- b. Pour la même raison qu'à la question précédente, on montre que pour tout entier naturel  $n$ ,  $d_{n+1} = (1 + 6\%)d_n = 1,06d_n$  donc la suite  $(d_n)$  est géométrique de raison  $q = 1,06$  et donc pour tout entier naturel  $n$ ,  $d_n = d_0 \times q^n = 10 \times 1,06^n$ .

- c. La distance qu'Alice pourra parcourir en septembre 2014 est  $d_8 = 10 \times 1,06^8 = 15,9$  km arrondi à 0,1km.
- d. On cherche  $n$  tel que

$$\begin{aligned} d_n \geq 25 &\iff 10 \times 1,06^n \geq 25 \\ &\iff 1,06^n \geq 2,5 \\ &\iff n \times \ln 1,06 \geq \ln 2,5 \\ &\iff n \geq \frac{\ln 2,5}{\ln 1,06} \\ &\iff n \geq 16 \end{aligned}$$

Alice sera capable de courir en une fois 25 km au bout de 16 mois.

2. a. Avec cet algorithme, Alice cherche à savoir au bout de combien de mois (après septembre 2015) elle mettra moins de 50 minutes pour parcourir les 10 premiers kilomètres de la course.

b.

Valeur de $N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Valeur de $t$ (arrondie à $10^{-2}$ )	60	58,80	57,62	56,47	55,34	54,23	53,15	52,09	51,05	50,03	49,03

- c. Les valeurs affichées en sortie par l'algorithme sont  $N = 10$  et  $t = 49,03$ .  
Alice peut en déduire qu'elle mettra moins de 50 minutes pour parcourir les 10 premiers kilomètres en juillet 2016 ( $N = 10$ )
- d. En novembre 2016,  $N = 14$ . Alice courra les 10 premiers kilomètres en  $t = 60 \times 0,98^{14} = 45$  minutes soit 0,75 h.  
Elle courra donc à une vitesse moyenne  $v = \frac{10}{0,75} = 13,33 \text{ km.h}^{-1}$ .  
À 82 % de cette vitesse elle courra le semi-marathon à une vitesse moyenne  $v_m = 0,82 * v = 10,93 \text{ km.h}^{-1}$ .  
Elle mettra donc  $t_m = \frac{21}{10,93} = 1,92$  h pour parcourir les 21 km du semi marathon.  
Elle devrait donc réussir à se qualifier.